МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский технологический университет»
МИРЭА

УТВЕРЖДАЮ
Первый проректор
_____________ В.Л. Панков
«1» марта 2016 г.

Программа вступительного экзамена

Уровень высшего образования

Подготовка кадров высшей квалификации

Направление подготовки

02.06.01 «Компьютерные и информационные науки»

Направленность (научная специальность)

01.01.07 «Вычислительная математика»

Форма обучения – очная, заочная

Москва, 2016

1. Численные методы

Аппроксимация функций конечной частью рядов Тейлора и оценка точности аппроксимации. Алгебраическая интерполяция функций, Теорема существовании и единственности интерполяционного полинома. Интерполяционные формы Лагранжа и Ньютона, кусочно-многочленная интерполяция функций, оценка ее точности. Интерполяция функций нескольких переменных. Полиномы Чебышева и их свойства. Теорема Чебышева о свойстве его полиномов первого рода на умение уклоняться от нуля. Применение теоремы Чебышева для выбора наилучшей алгебраической интерполяции функций. Тригонометрическая интерполяция периодических функций. Теорема существования и единственности интерполяционного тригонометрического полинома для периодических функций. Оценка точности тригонометрической интерполяции, чувствительность тригонометрической интерполяции к погрешностям в данных. Числа Лебега как характеристика чувствительности к погрешностям в данных, их оценка для тригонометрической интерполяции. Методы численного интегрирования функций. Квадратурная формула трапеций и оценка ее точности. Квадратурная формула Симпсона и оценка ее точности. Приближенное вычисление кратных интегралов. Метод Монте-Карло для приближенного вычисления площадей, объемов и кратных интегралов. Система линейных алгебраических уравнений и точные методы их решения. Нормированные пространства, линейные операторы в нормированных пространствах. Обусловленность системы линейных алгебраических уравнений, число обусловленностей и его оценки. Метод простых итераций для решения систем линейных алгебраических уравнений. Необходимые и достаточные условия сходимости простых итераций для систем линейных алгебраических уравнений. Итерационный метод решения систем линейных алгебраических уравнений с самосопряженной и положительно-определенной матрицей. Переопределенные системы линейных алгебраических уравнений, нахождение их обобщенных решений. Метод простых итераций для решения нелинейного алгебраического уравнения, необходимое и достаточное условие сходимости. Метод Ньютона для решения нелинейного алгебраического уравнения. Метод простых итераций для решения систем нелинейных алгебраических уравнений, необходимое и достаточное условие сходимости простых итераций. Метод Ньютона для решения систем нелинейных алгебраических уравнений.

2. Дифференциальные уравнения

Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные и приводящиеся к однородным, линейные уравнения, уравнения в полных дифференциалах. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Понятие особого решения дифференциального уравнения. Огибающая семейства кривых.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Понятие общего и частного решений. Уравнения допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейно-зависимые и линейно-независимые системы функций. Определитель Вронского, его свойства. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, линейная независимость их решений, фундаментальная система решений. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. Системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы. Решение нормальной системы методом исключения. Задача Коши для нормальных систем. Элементы теории устойчивости.

3. Уравнения математической физики

Основные типы уравнений математической физики и методы их вывода из физических моделей; методы точного решения базовых уравнений математической физики; понятие фундаментального решения (функции Грина); основные типы специальных функций; методы решения уравнений с частными производными 1-го порядка, уравнения диффузии (теплопроводности), волновое и Гельмгольца с постоянными коэффициентами, уравнение Шредингера для одномерного осциллятора; классическими методами решения уравнений математической физики (характеристик, разделения переменных, преобразования Фурье, отражения, функции Грина), при анализе математических моделей реальных систем.

4. Математическое программирование

Целевые функции и ограничения в задачах математического программирования. Задачи линейного программирования. Идея симплекс-метода решения задач линейного программирования. Введение дополнительных переменных в задачах линейного программирования. Симплекс-таблицы в линейном программировании. Опорные планы в задачах линейного программирования. Преобразование симплекс-таблицы в задачах линейного программирования при изменении опорного плана. Метод улучшения опорного плана. Критерий оптимальности опорного плана. Введение искусственных переменных для задачи поиска начального опорного плана, метод штрафных функций в задачах линейного программирования. Алгоритм решения задач линейного программирования общего вида на основе симплекс-метода. Основы модифицированного симплекс-метода линейного программирования. Нессиметричная пара двойственных задач линейного программирования. Определение решения двойственной задачи по решению прямой задачи линейного программирования. Двойственный симплекс-метод линейного программирования. Обоснование двойственного симплекс-метода линейного программирования. Не линейные оптимизационные задачи. Теория Лагранжа для решения нелинейных оптимизационных задач с ограничениями типа равенства. Обоснование метода множителей Лагранжа для решения нелинейных оптимизационных задач с ограничениями типа равенства. Дифференциальная связь между множителями Лагранжа и оптимальными значениями целевой функции. Идея метода Куна-Таккера в нелинейных оптимизационных задачах с ограничениями общего вида. Активные и неактивные ограничения. Применение теории Лагранжа для активных ограничений. Необходимые условия экстремума Куна-Таккера в нелинейных оптимизационных задачах. Выпуклые и вогнутые функции нескольких переменных. Достаточные условия экстремума Куна-Таккера в нелинейных оптимизационных задачах. Применение теории Куна-Таккера в задачах поиска седловой точки функции двух векторных аргументов. Метод наискорейшего спуска для задач минимизации нелинейных целевых функций. Градиентные методы минимизации нелинейных целевых функций при наличии ограничения. Метод Зойтендейка минимизации нелинейных целевых функций при наличии ограничения. Проективный градиентный метод Розена минимизации нелинейной целевой функции при наличии ограничений и его обоснование.

Литература

1. Рябенький В.С. Введение в вычислительную математику.- М., Физматлит, 2000.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы.- М., Наука, 1987.
3. Бабенко К.И. Основы численного анализа.- М., Наука, 1986.
4. Эльсгольц Л.И. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.- М., Наука, 2004.
5. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений.- М., Наука, 2002.
6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. МГУ, Наука, 2004 г.
7. Будак Б.Н., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. Физматлит, 2003 г.
8. Кормен Т., Лейерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. «Алгоритмы: построение и анализ» / Пер. с англ. – 2-е изд. - М.: Вильямс, 2005
9. Ляшенко И.Н., Карагодова Е.А., Черникова Н.В., Шор Н.З. «Линейное и нелинейное программирование» – К.: Вища школа, 1975
10. Гасс С. «Линейное программирование» – М.: Мир, 1971
11. Базара М., Шетти К. «Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы» – М.: Мир, 1982

Директор
Физико-технологического института · В.С. Кондратенко